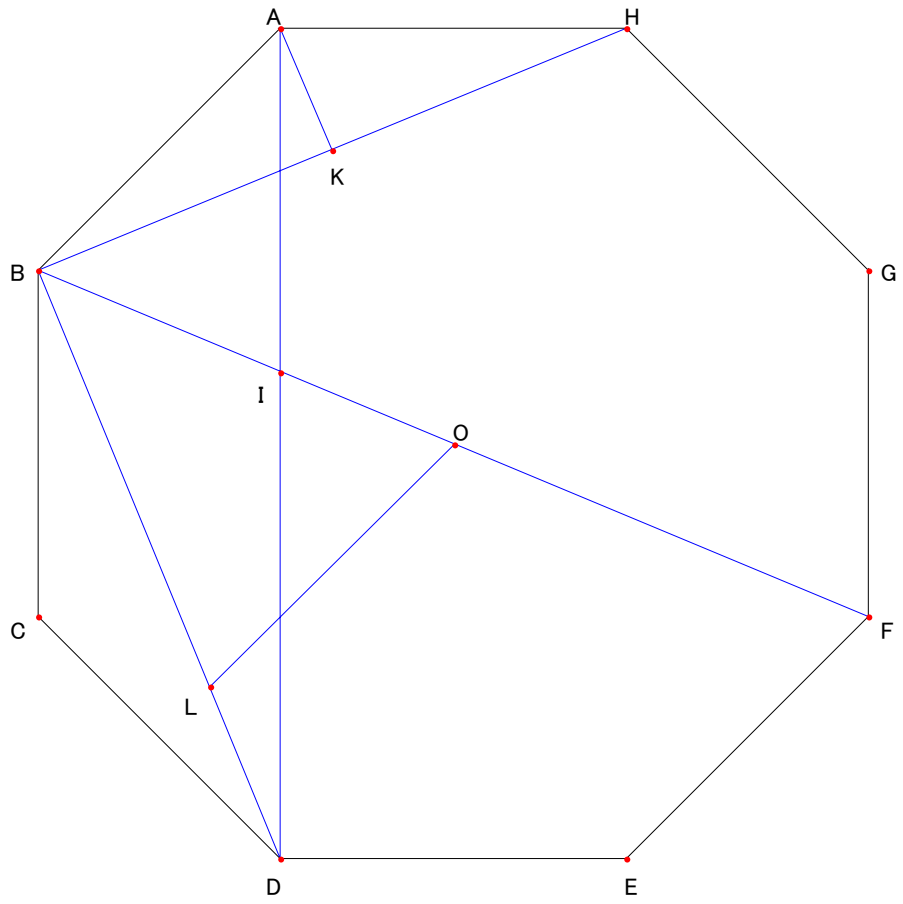
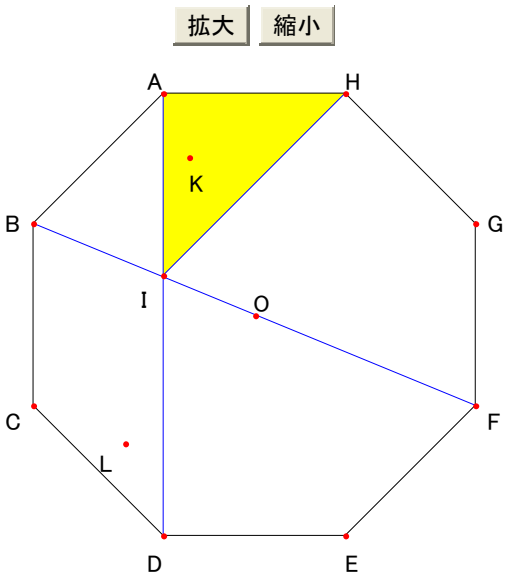
拡大 縮小

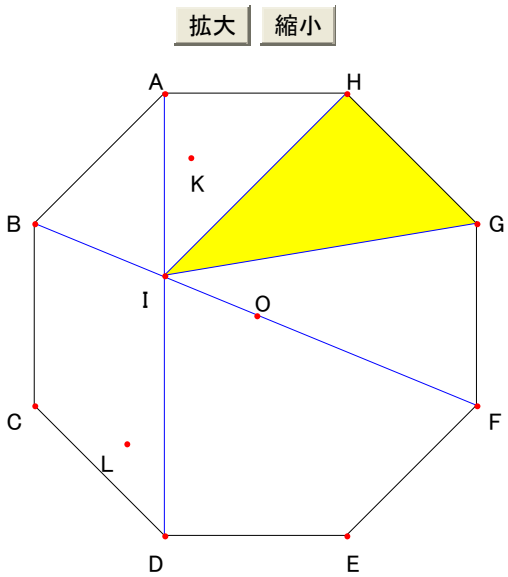


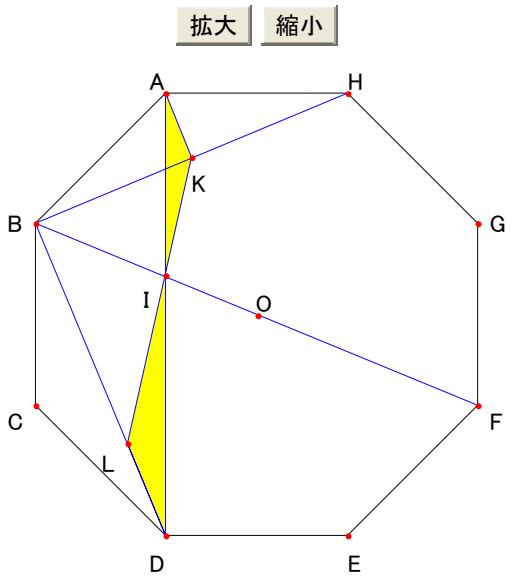
正八角形と相似

図において
(1) ABCDEFGH は一辺長さが 1 の正八角形
(2) O はその正八角形の中心
(3) I は弦 AD と BF との交点
(4) K は A から BH に下ろした垂線の足
　(K は BH の中点)
(5) L は BL = BO なる BD 上の点

この記号の下で
いくつかの問題を考えよう







問題1

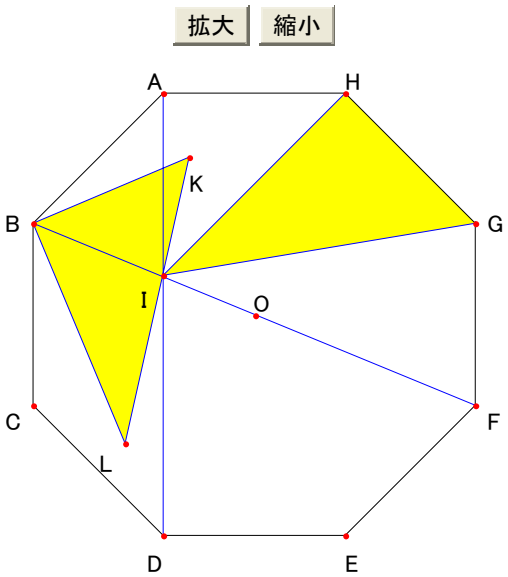
⊿AIH は直角二等辺三角形である
IH = $\sqrt{2}$ である

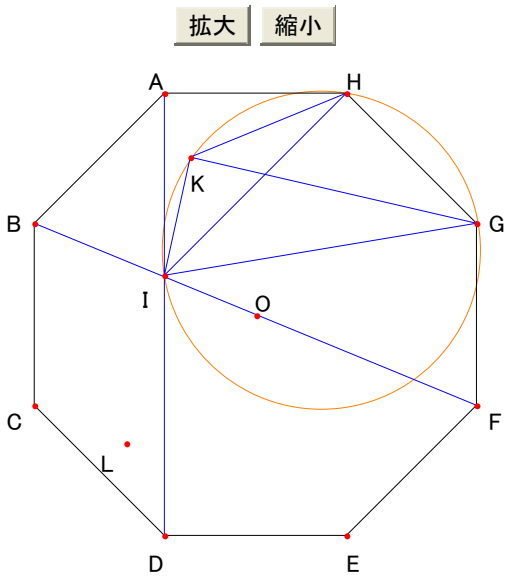
問題2

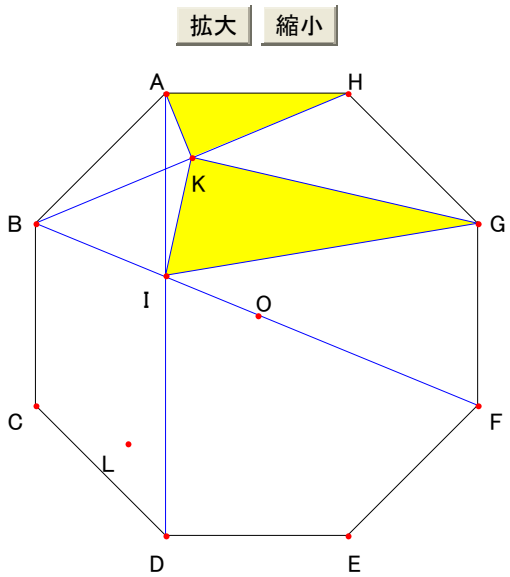
⊿HIG は直角三角形である
IG = $\sqrt{3}$ である

問題3

⊿AIK ∽ ⊿DIL である
K, I, L は同一直線上にある







問題4

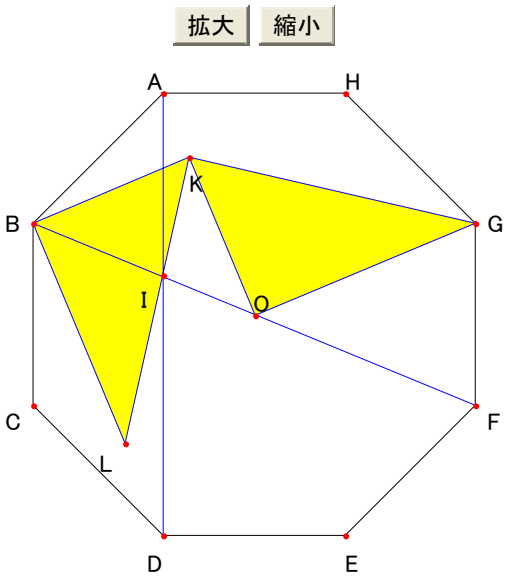
⊿BLK ∽ ⊿HIG である

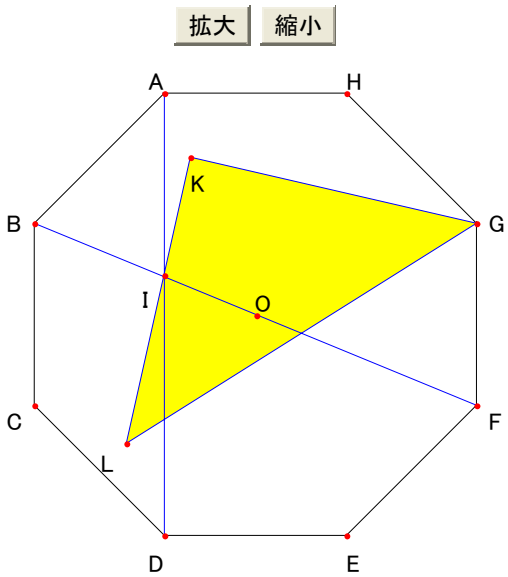
問題5

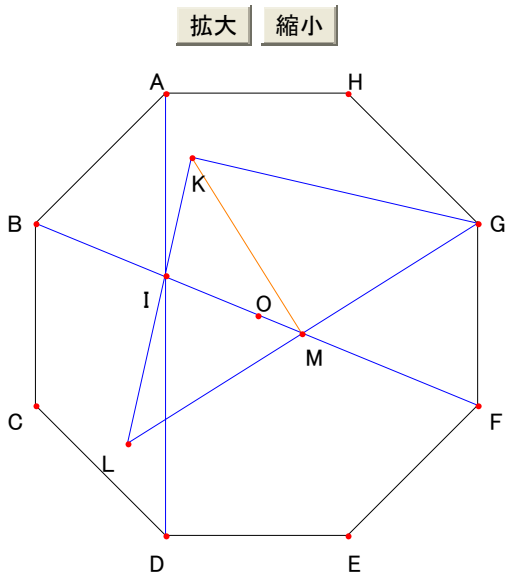
四辺形 KIGH 円に内接している

問題6

⊿KAH ∽ ⊿KIG である







問題7

⊿BKL ≡ ⊿OKG である

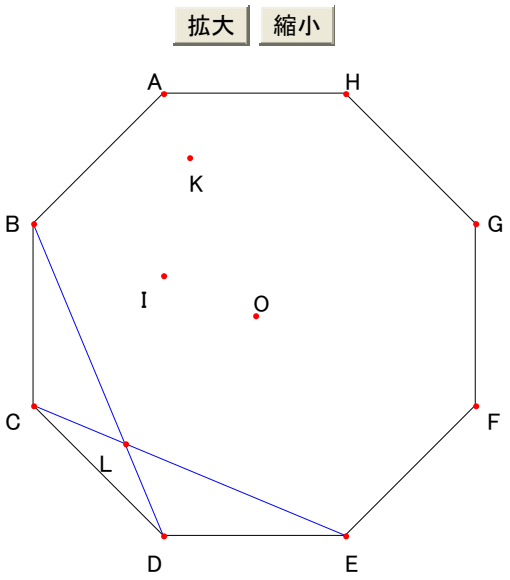
問題8

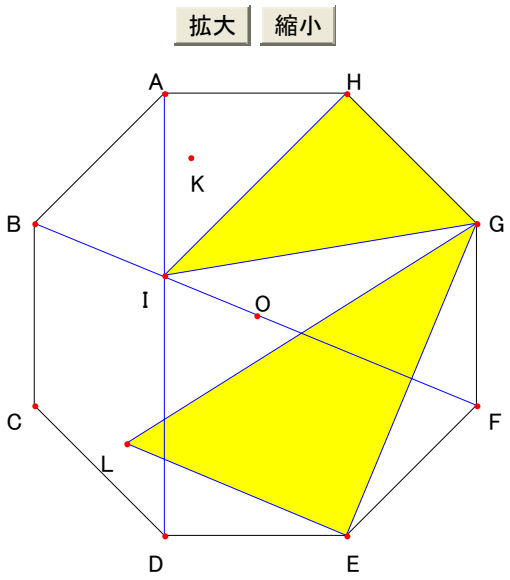
⊿KLG は直角二等辺三角形である

問題9

BF と LG との交点を K とおくと
KM は LG と直交しますか？

解説に続きます





問題10

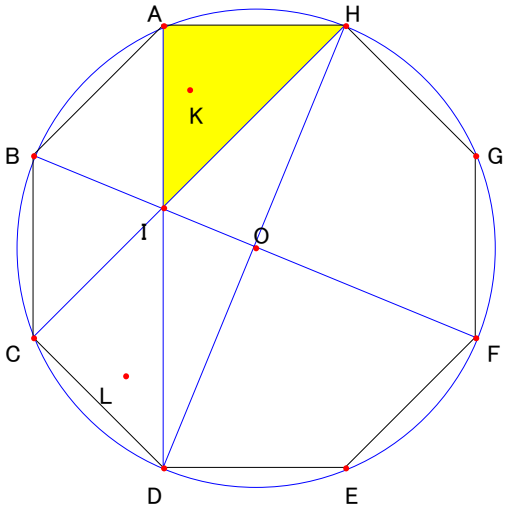
L は BD と CE との交点である。

問題11

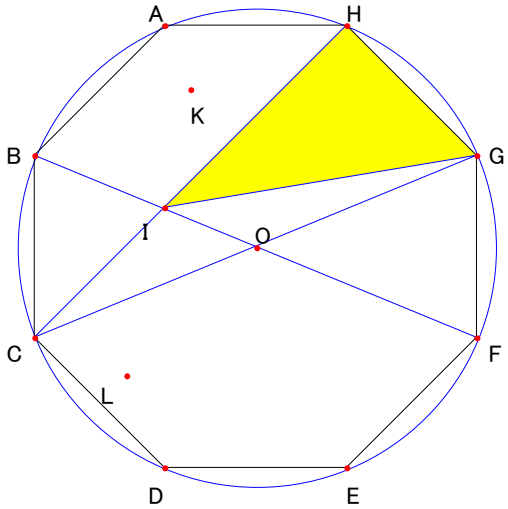
⊿EGL ∽⊿HIG である。

解説に続きます

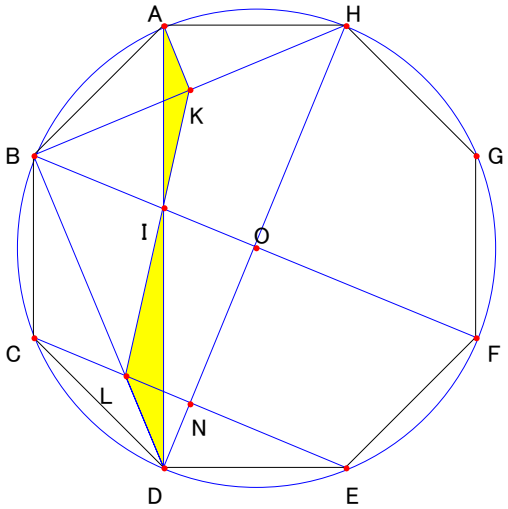
拡大 縮小



拡大 縮小



拡大 縮小



問題1
⊿AIH は直角二等辺三角形である
IH = $\sqrt{2}$ である

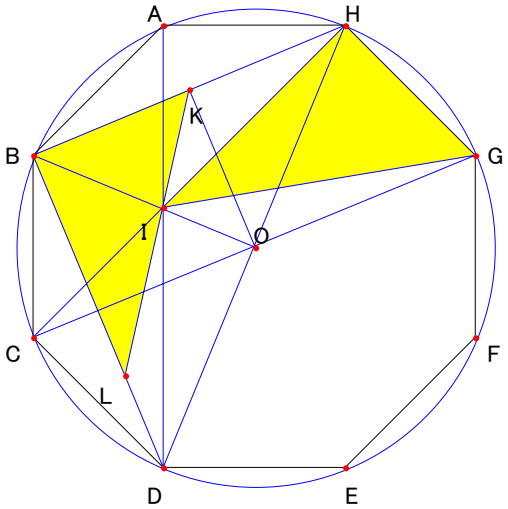
解説
① 正八角形 ABCDEFGH は
O を中心とする円に内接している
② AD と CH は BF に関して対称
よって AD, CH, BF は I で交わる
③ ∠DAH = 90°
④ ∠AHC = 45°

問題2
⊿HIG は直角三角形である
IG = $\sqrt{3}$ である

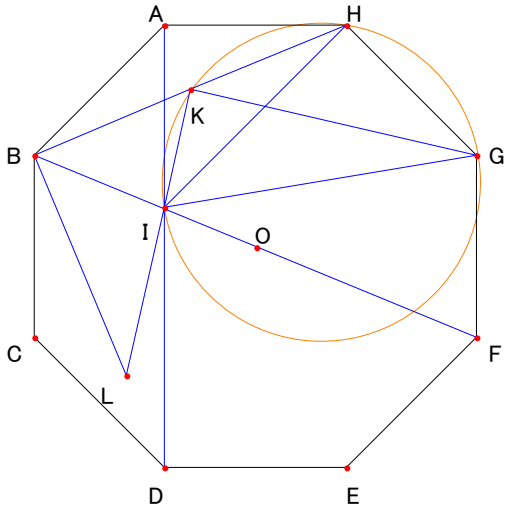
解説
① I は線分 CH 上にある
② ∠CHG = 90°
③ IH = $\sqrt{2}$、HG = 1

問題3 ⊿AIK ∽ ⊿DIL である
K, I, L は同一直線上にある
解説
L が BD と CE との交点で
あることに注意しよう(問題11参照)
① ∠AKB = 90° = ∠DBK より
AK と DB は平行
∴ ∠KAI = ∠LDI
② AI : DI = AI : IH = 1 : $\sqrt{2}$
③ DH と CE との交点を N とおくと
⊿NDL は直角二等辺三角形
DN : DL = 1 : $\sqrt{2}$
DN = AK なので
AK : DL = 1 : $\sqrt{2}$

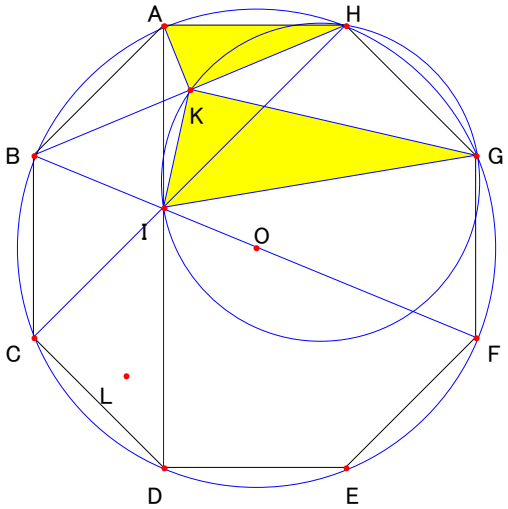
拡大 縮小



拡大 縮小



拡大 縮小



問題4
⊿BLK ∽ ⊿HIG である
解説
① ∠LBK = 90° = ∠IHG
② OB : OK = $\sqrt{2}$: 1
BO = BL なので
LB : BK = $\sqrt{2}$: 1
③ IH = $\sqrt{2}$, HG = 1

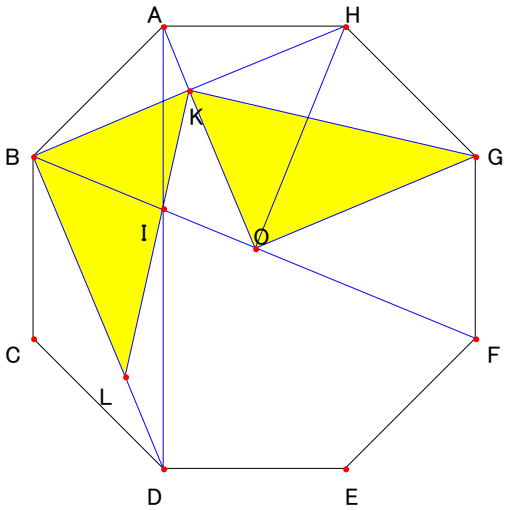
問題5
四辺形 KIGH 円に内接している

解説
⊿BLK ∽ ⊿HIG
より
∠BKI = ∠HGI
よって
四辺形 KIGH 円に内接している

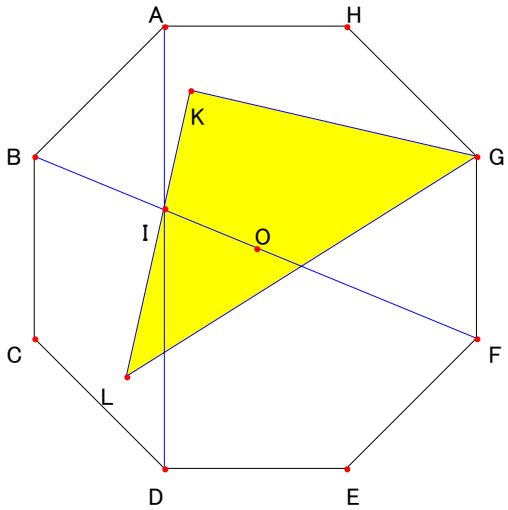
問題6
⊿KAH ∽ ⊿KIG である

解説
四辺形 KIGH 円に内接しているので
① ∠IKG = ∠IHG = 90°
② ∠KGI = ∠KHI = 22.5°
③ ∠AHK = 90° 、∠AHK = 22.5°

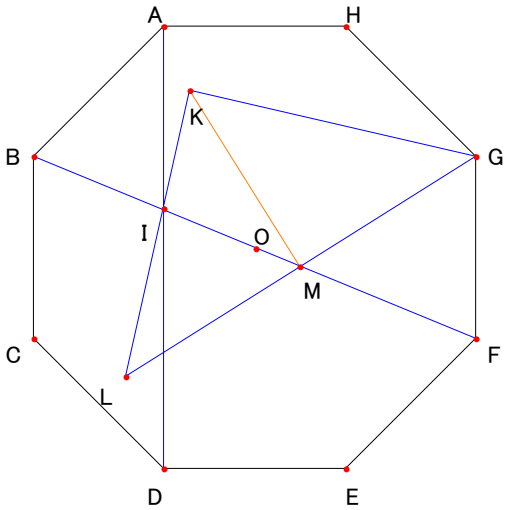
拡大 縮小



拡大 縮小



拡大 縮小



問題7
⊿BKL ≡ ⊿OKG である

解説
① ∠KBL = 90° = ∠KPG
② BK = OK
③ OG = BL

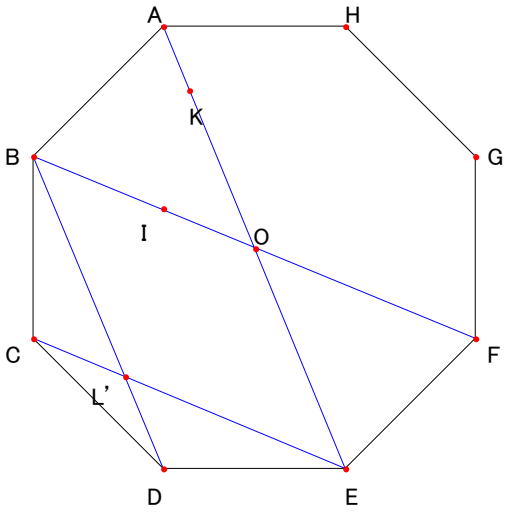
問題8
⊿KLG は直角二等辺三角形である

解説
⊿KOG は ⊿KBL を K まわりに
90° 回転したものである

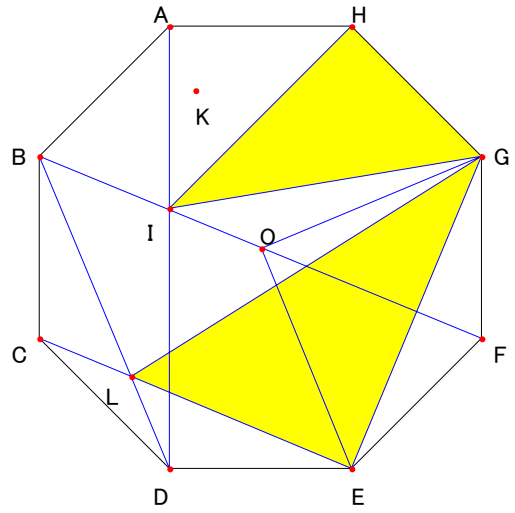
問題9
BF と LG との交点を K とおくと
KM は LG と直交しますか？

未確認です

拡大 縮小



拡大 縮小



問題10
L は BD と CE との交点である。

解説
BD と CE との交点を L' とおく
① BD と AE は平行
② BF と CE は平行
③ OB = OE
より、四辺形 OBL'E はひし形
よって BL' = BO
つまり L' = L

問題11

⊿EGL ∽⊿HIG である。

解説
① ∠CEG = 90°
② 四辺形 BLEO はひし形
よって EL = EO
③ ⊿OEG は直角二等辺三角形
∴ OE : EG = 1 : $\sqrt{2}$
以上より
∠LEB = 90° 、EL : EG = 1 : $\sqrt{2}$
∴ ⊿EGL ∽⊿HIG