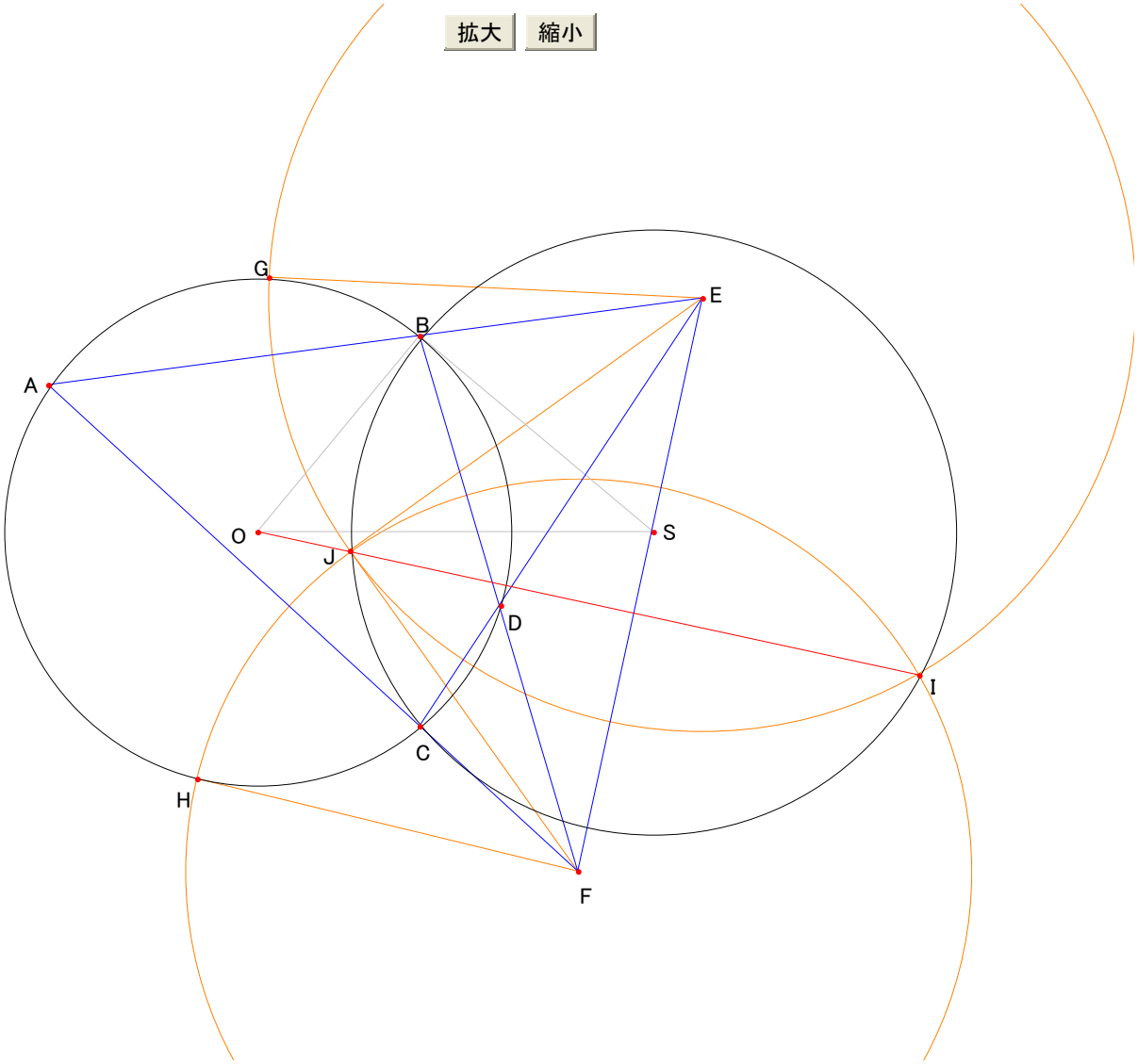


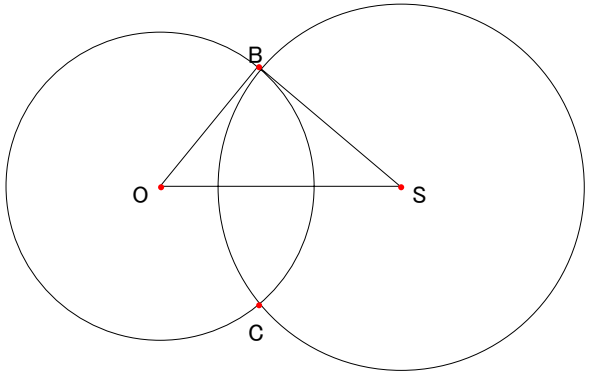
直角三角形と
二つの円
接線と
直角三角形と円
に関する問題です

正しいか否かは未検証です

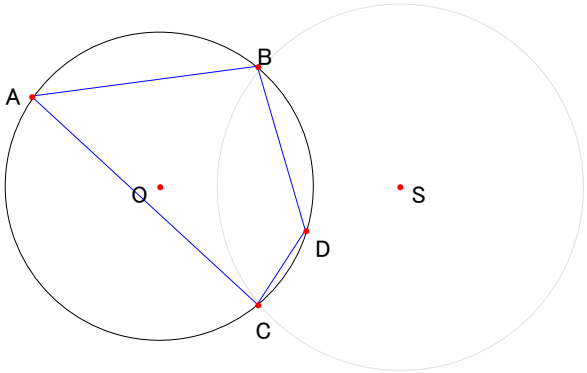
Go Geometryにあった問題を参考にしました

問題は次に続きます

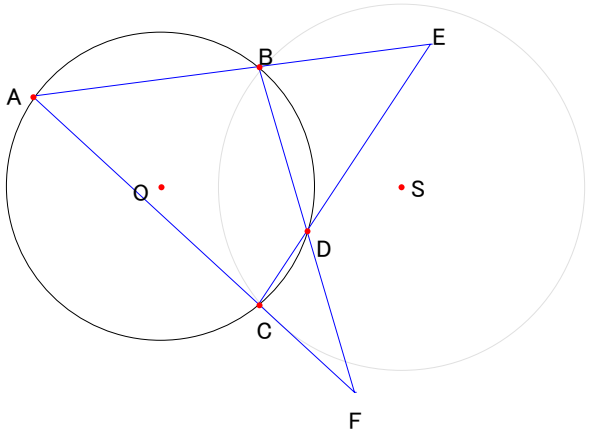
拡大 縮小



拡大 縮小



拡大 縮小



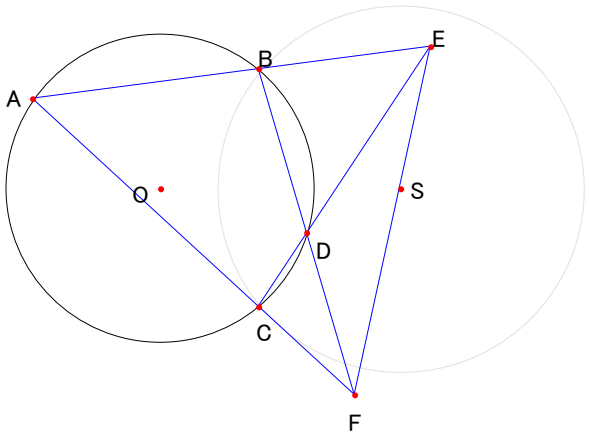
問題

図において
⊿BOS は ∠OBS = 90° の
直角三角形である。
円 O は OB を半径とする円
円 S は SB を半径とする円
C は円 O と円 S との
もう一つの交点とする

円 O に内接する四辺形 BACD を描く

直線 AB と CD との交点を E
直線 AB と BD との交点を F とする。

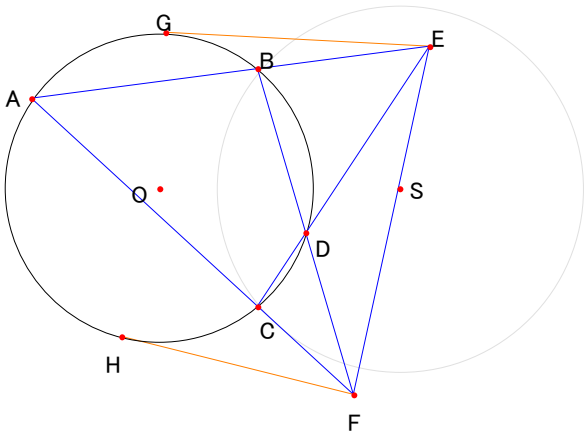
拡大 縮小



このとき

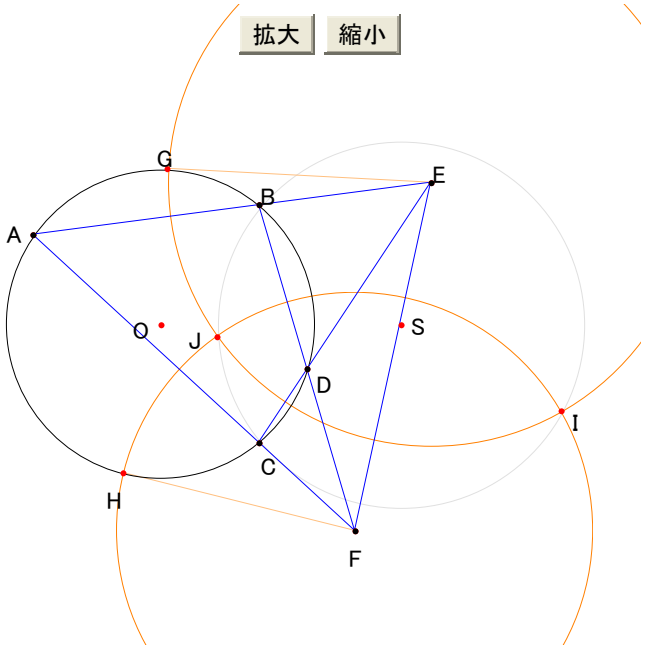
① S は線分 EF 上にある。

拡大 縮小

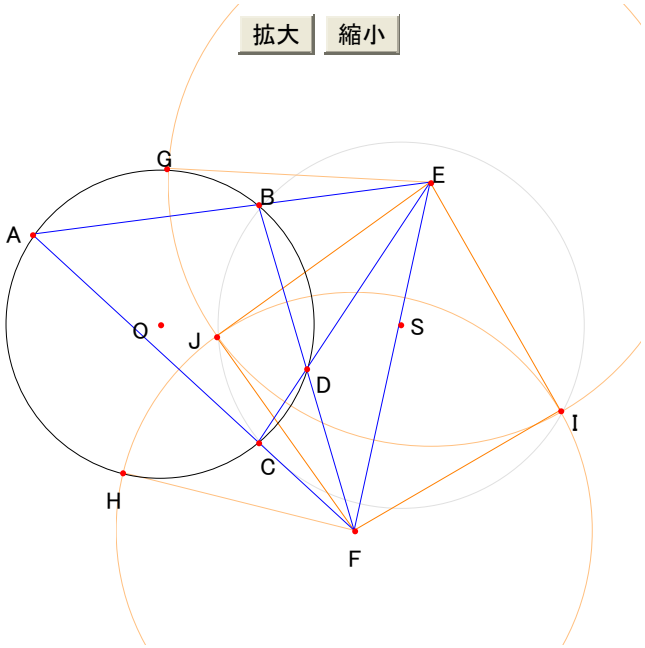


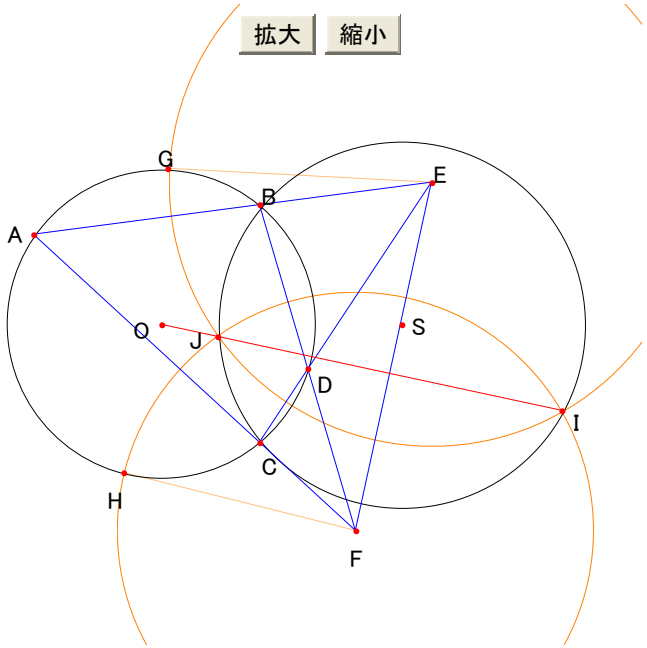
E から円 O に引いた
接線の接点の一つを G
F から円 O に引いた
接線の接点の一つを H とする

拡大 縮小



円 EG (E を中心とし半径 EG の円)と
円 FH との交点を I, J とする





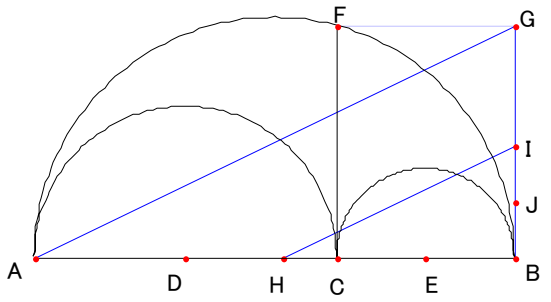
この時
② ∠EJF = 90° である。

③ I, J は円 S 上にある。

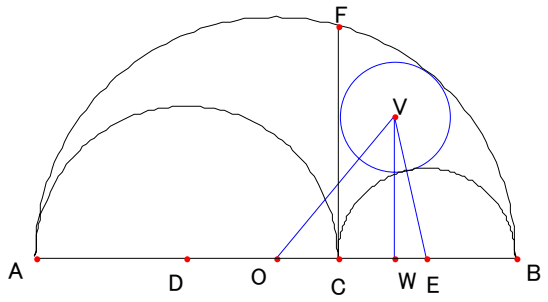
④ O, I, J は一直線上にある。

(①、②、③ を示せ)
(② は基本的に Go Geometry にあった部分でです)
③ は正しいと思うのですが

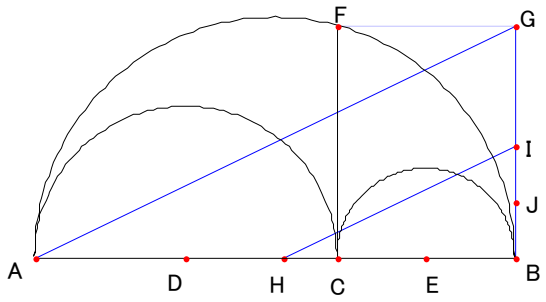
拡大 縮小



拡大 縮小



拡大 縮小



解説

a = AD, b = CE とおく
BJ = ab/(a+b)
である。(理由はあとで)
求める円の半径が ab/(a+b) を示せばよい

a ≧ b として説明します
図の求める円の中心を V とし
半径を r とする。
W を P から AB に下ろした垂線の足とする。
OW + WE = OE = a

$a(OW - WE) = OW^2 - WE^2 = OV^2 - VE^2$

$= (a+b-r)^2 - (b+r)^2$

$= a^2 + 2a(b-r) - 4br$

$a\ OW = a^2 + a(b-r) - 2br$
である。
OC = AC − AO = 2a − (a+b) = a − b
なので
ar = a CW = a(OW − OC)
= 2ab − ar − 2br
よって
r = ab/(a+b)

a = AD, b = CE とおく
BJ = ab/(a+b)
である。

理由

方べきの定理より

$CF^2 = AC \times CF = 4ab$

また HB = GB = FC である。
AG と H が平行なので

$AB \times BI = HB \times GB = CF^2 = AC \times CF = 4ab$

AB = 2(a+b), BJ = BI/2 なので
BJ = ab/(a+b)
である。